ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889,
2024-6.875 ResearchBib IF: 8.848 / 2024

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-4, ISSUE-2

КЛАССИФИКАЦИЯ ИНТЕГРАЛАХ МНОГООБРАЗИЙ ОБОБЩЁННО – ОДНОРОДНОЙ N-МЕРЕНОЙ СИСТЕМЫ

Хусанов Б.

Кандидат физико-математических наук, доцент Самаркандский государственный архитектурно-строительный университет,

город Самарканд, 140147, ул. Лолазор, 70, Узбекистан

bozorboyxusanov98@gmail.com

Туйгунов Ж.

Преподаватель Самаркандский государственный архитектурно-строительный университет,

город Самарканд, 140147, ул. Лолазор, 70, Узбекистан

javlonbektuygunov312@gmail.com

Аннотация

В работе рассматриваете n- мерной дифференциальной системы

$$\frac{dx}{dt} = X(x),\ \ X(x) = \big(X_1(x), \dots, X_n(x)\big),\ \ \ x = (x_1, \dots, x_n), \qquad (1)$$

где $X(x)$ – обобщенно – однородные функции класса C^k $(1 \le k \le \infty)$ степени $\sigma + m_i$ имеющие в начало $O(0, \dots, 0)$ изолированный нуль, изучаются некоторые классы интегральных многообразий, получены условия для наличия обобщенного узла и обобщенного седла.

Ключевая слова

Изолированний ноль, интегральных многообразий, гомеоморфной, инвариантный множество, порождённой примыкающих, трансверсально, гладкий конус, характеристические показатели, характеристические число, периодическая траектория, обобщенный узел, обобщенной седло.

Геометрически свойства траектории однородных дифференциальных систем были предметом исследования в работе [1] аналогичные вопросы предполагается рассмотренные в теории обобщённо – однородных дифференциальных систем.

$$\frac{dx}{dt} = X(x), \qquad X(x) = \big(X_1(x), \dots, X_n(x)\big), \qquad x = \big(x_1(x), \dots, x_n(x)\big), \quad (1)$$

Где $X(x) -$ обобщенно – однородные функции класса C^k $(1 \le k \le \infty)$ степени $\sigma + m_i$, имеющие в начале $O(0, \dots, 0)$ изоляированый нуль.

В этой заметки изложены результаты изучения некоторых классов интегральных многообразий , показаны условия для наличия обобщенного узла и обобщенного седла. В основу классификации интегральных многообразий положена структура ω и α $-$предельных множеств $(n-1)$ $-$мерной системы, сопоставляемой с изучаемый системой (1). Сущность метода состоит в следующим траектории изучаемой системы (1) проектируются на B^{n-1} гомеоморфной сферы S^{n-1} и рассматриваются траекторий на $(n-1)$ $-$мерной поверхности. Каждом траектория поверхности B^{n-1} соответствуют интегральное многообразии с границей в точки О и проходящее через точки траектории $\gamma \subset B^{n-1}$.

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 8.848 / 2024

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-4, ISSUE-2

Дано классификация интегральных многообразий обобщенно – однородной системы (1) в предположении, что вспомогательная система на поверхность B^{n-1} грубая.

После преобразования

$$X = AU\,, \qquad u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$$

где $A = \begin{pmatrix} r^{-m_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & r^{-m_n} \end{pmatrix}$,

$$r^{-2\prod_1^n m_k} = x_1^{2\prod_2^n m_k} + \dots + x_j^{2\prod_{k=1}^n m_k} + \dots + x_n^{2\prod_1^{n-1} m_k}\,,$$

$$u_1^{2\prod_1^n m_k} + \dots + u_j^{2\prod_{k=1,k\neq j}^n m_k} + \dots + u_n^{2\prod_1^{n-1} m_k} \qquad (2)$$

При $x(t) \to 0$ переменный вектор $u(t)$ опишет на поверхности B^{n-1} некоторую кривую.

Для определения $\tau(u)$ и $u(t)$ имеен слудующую систему;

$$\left.\begin{aligned} &a) \quad \frac{du_j}{dr} = X_j(u) - m_j u_j R(u) = U(u) \\ &б) \qquad\qquad \frac{dr}{d\tau} = -rR(u) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$R(u) = \frac{1}{m_1} u_1^{2\prod_2^n m_k - 1} X_1(u) + \dots + \frac{1}{m_n} u_n^{2\prod_2^{n-1} m_k - 1} X_n(u), dt = r^\sigma dr, \sigma > 0$$

Во всякой области пространства R^n траектории системы (1) и (3) соответствуют как точечное множества: при различных параметрах на них при этом направлении по τ совладает с направлением t. Систему (3) будем рассматривать и для случая $r = 0$.

Рассматриваемое поле $X(x)$ я ваяется разрывным на B^{n-1} может стать инвариантным множеством, то есть аналитическое продолженная поля $X(x)$

на B^{n-1} возможно. Формулы (2) и (3) определяют гомеоморфмое соответствие между R^n;$\{X\}$ - прсраиством и точками (r, u) полупространство $r > 0$ с выключенным началом, типологически переходящие траектории системы (1) в траектории системы (3). Отметим, что траектории системы (3) определенные для всех значений τ, совпадают с траекториями системы (1).

Решение системы (3a) отвечающие начальным данным при $\tau = \tau_0$, запишем в виде $u = u(\tau, u^0)$. Тогда решение уравнения (3b)

соответствующее решению $u = u(\tau, u^0)$ и начальному данному $r = r_0 > 0$ при $\tau = \tau_0$ определяется с помощью формулы.

$$r(\tau) = r_0 \exp\left[-\int_{\tau_0}^{\tau} R\,[u(s, u^0)]ds\right], \qquad (4)$$

где τ_0, r_0, u^0 - произвольные постоянны.

Решение системы (3) соответствующее начальным данным

$$u = u^0, r = r_0, > 0 \text{ запишем в виде } u = u(\tau, u^0), r - r(\tau, u^0, r_0) \qquad (5)$$

Система (3a) не зависит от $r; r = 0$ является решением уравнений (3б). Следовательно $r = 0$ является интегральным многообразием системы (3).

В дальнейшим обозначим через γ и w траектории соответственно систем (3a) и (1) особые точки и пернодические траектории через g^i и θ^j, а w и α – предельные множества траекторий через Ω_γ и A_γ.

Конус $G(\gamma)$, образованный лучами, проходящими через точки траектории $u_i = u_i(\tau, u^0)$ системы (3a) в точку $0 \epsilon R^n$, является интегральным многобразным системы (1).

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 8.848 / 2024
THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
VOLUME-4, ISSUE-2

Интегральное многообразия порождаемы тракторами системы (3а) являются непересекающимися гладкими конусами, на которых будем изучать траектории систему (1).

Предложим, что $(n-1)$ – меркая система (3а) грубая в смысли Морса – Смела и имеет конечное число периоды – ческих решений.

Определение. Система (3а) назовём грубой в смыли Морса – Смела, если $\forall\ \varepsilon>0$, $\exists\ \delta>0$, что $\forall\ \varphi(u)$ непрерывных вместе со своими частными производными и удовлетворяющих условиям

$$|\varphi(u)|<\sigma, \left|\frac{\partial\varphi_i}{\partial u_i}\right|<\sigma, \sum_1^n u_i\varphi(u)=0$$

$\exists$ топологическое преобразование $\Phi=\Phi(M)$ поверхности B^{n-1} на себя, обладающее свойствами:

1) расстояние точки $M\in B^{n-1}$и $\Phi(M)\in B^{n-1}$,$\rho\big(M,\Phi(M)\big)<\varepsilon$
2) преобразует траектории система (3а) в траекториям

$$\frac{du}{d\tau}=U(u)+\varphi(u)$$

Грубая система имеет (3а): а) имеет конечное число особых точек g^i , причём все они простые, то есть матрицы Якоби вектор – функция $U(u)$ для этих точек имеют собственные числа с ненулевыми действительными частями; б) имеет только простые периодические решения , то есть все $(n-1)$ характеристические показатели $\lambda_1,\dots,\lambda_{n-1}$ для этих решений отлично от нуля $\lambda_i\neq 0,(i=\overline{1.n-1})$ при $\lambda_n=0$; в) предельные точки всех траекторий лижет либо в особых точках, либо на периодических траекториях: г) не имеет траекторий для которых ω и α – предельными множествами служит одна и та же периодическая траектория ; д) всякие точки $u\in B^{n-1}$, отличающиеся от особой точки g^i, не лежащей на периодической траектории, являются блуждающими, то есть существует окрестности окрестность $V(u)$ точки “u” и положительное число T такое, что

$V(u)\cap f[V(u),t]=0$ при $t\geq T$.

е) многообразия 0^+ и 0^- - кривых, примыкающих к особи точки седланого типа могут пересекаться только трансверсально.

Определение. 1. Изолированную особую точку О системы (1) назовем положительным (отрицательным) обобщаемым узлом если все проходящие через нее траектории являются $0^+(0^-)$ кривыми [2].

Определение. 2. Особую точку О системы (1) назовём обобщаемым седлом, если к имей примыкают по крайней море одна 0^+ и одна 0^- кривая [2].

Пусть $(n-2)$ мерное семейство 0-кривых L примыкает к особой точке g^2 при $\tau\to+\infty$ и к особной точке g^1 при $\tau\to-\infty$. Конус $G(L)$ будет $(n-1)$ – мерным. Рассмотрели поведение траектории системы (1) на конусах $G(L)$, по направлению $G(g)$ имеет.

$\lim\limits_{\tau\to-\infty} W=g\tau_0^m\exp[-R(g)\lim\limits_{\tau\to-\infty}(\tau-\tau_0)]$, $m\leq min_i$ (6) .

Так как $\gamma\to g$, на L^- при $\tau\to-\infty$, где $g\in L^-$.

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 8.848 / 2024

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-4, ISSUE-2

Отсюда при $R(g) > 0$, $\lim\limits_{\tau\to-\infty} W = \infty$ а при $R(g) < 0$, $\lim\limits_{\tau\to-\infty} W = 0$. Возможны две случая: 1) если $R(g) > 0$ по при $\tau \to +\infty$ все траектории W на конусе $G(L)$ будут 0^+ –кривыми.

2) если $R(g) < 0$, то все траектории W на конусе $G(L)$ при $\tau \to +\infty$ уходят бесконечность.

Сепаратрисса для периодический траектории $(n-2)$ - мерная траектории L- является еспаратрисой для периодической траектории θ тогда $\gamma \to \theta \subset B^{n-1}$, где$\gamma, \theta \in L$. Для траектории W системы (1) на конусе $G(L)$ по направлению $G(\theta)$ имеем.

$$\lim_{\tau=(s+T)\to\infty} W = \theta(\tau) r_0 \exp[-\nabla(\theta)]\,T, \qquad (7)$$

$$\nabla(\tau) = \int_0^T R(\theta)ds,$$

где T – период траектории θ. Отсюда при $\nabla(\theta) < 0$ будем иметь $\lim\limits_{\tau\to-\infty} W = 0$, а при $\nabla(\theta) > 0$, $\lim\limits_{\tau\to-\infty} W = \infty$ и на конусе $G(L)$ возможны два случая.

1) Если $\nabla(\theta) < 0$ то при $\tau \to -\infty, W \to 0$. Все траектории W на конусе $G(L)$ будет 0^+ – кривыми.

2) Если $\nabla(\theta) > 0$ то при $\tau \to -\infty, W \to -\infty$. Все траектории W на конусе $G(L)$ при $\tau \to -\infty$. У ходят в бесконечность.

Определение 3. Т- пародическое решение $\theta = \theta(\tau)$ системы (3а) казовом отрицательным (положительным) если $\nabla(\theta) > 0$

$\big(\nabla(\theta)\big) < 0)$.

Определение 4. Число $R\big(g^i\big)$ и $\nabla\big(\theta^i\big)$ назовём характеристическими числами изолированных особых точек g^i периодических траекторий θ^j системы (3а).

Пусть все характеристические числа $R\big(g^i\big)$ и $\nabla\big(\theta^i\big)$ особых точек и периодических траекторий (3а) отлично от нуля. Тогда можно сформулировать следующие теоремы.

Теорема 1. Для того, чтобы изолированная особые точка $x = 0$ системы (1) была обобщённым узлом, необходимо и достаточно, чтобы все все характеристические числа $R\big(g^i\big)$ и периодические траектории $\nabla\big(\theta^i\big)$ имели один и тог же знак.

Теорема 2. Для того, чтобы изолированная особые точка $x = 0$ системы (1) была обобщённым узлом, необходимо и достаточно, чтобы среди характеристические число $R\big(g^i\big)$ и периодические траектории $\nabla\big(\theta^j\big)$ имелась хотя бы одна пара противоположных знаков.

Теорема 3. Пусть система (3а) грубая в смысле Морса – Смела и имеет конечное число изолированных особых точек g^j и периодических

траекторий θ^j . Тогда для того, чтобы нулевое решение $x = 0$ системы (1) была асимптотически устойчивым в смысле Ляпунова, необходимо и

достаточно , чтобы все характеристические число особых точек g^i и периодически х траекторий θ^j была положительными.

Следствие. Если среди и чисел $R\big(g^i\big)$ и $\nabla\big(\theta^i\big)$ имеется хотя бы одна пара противоположных знаков , то нулевое решение $x = 0$ системы (1) неустойчиво.

В заключение отмечем , что при $n = 3$ некоторые вопросы исследования системы (1) изучены в работая периодические траектории в работе случай [3] $\nabla\big(\theta^i\big)$.

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889,
2024-6.875 ResearchBib IF: 8.848 / 2024

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-4, ISSUE-2

ЛИТЕРАТУРА

[1] Шарипов Ш.Р., Матвиенко А.М. "Некоторая классификация интегральных многообразий однорядкой системы". Узб.Ан.УзссР, сер физ – матем. Наук 1973. Н 5. С224 -229.

[2] Шарипов Ш.Р., "Классификация интегральных многообразий однородной трёхмерной системы". По структуре предельных множеств. –диф.уров. 1971.Т Н3 с 461-470.

[3] Шарипов Ш.Р., Рошсов.М.-" О необходимом и достаточном уловами периодического решения обобщенно – однородной системы". Доклады АН.УзССР.1978, Н11. С.3-12.

[4] Khusanov B. Turayev M., "On Qualitativ picture of a Homogencous two-dimensional system's trajectory" in.vol.4 774-782 page 2022. European multidisciplinary journal of modern sciene.

[5] Хусанов Б., Шарипов Ш.Р. "Обобщонный метод Пуанкаре" Вопр.выч. и прикладн. Математики, вып 69. Ташкент 1982. с 116-121.