

## FIZIKADA AJOYIB LIMITLARNI QO'LLASH.

**Karasakalov Revkat Kenesovich**- Termiz davlat pedagogika instituti, katta o'qituvchisi.

e-mail: [revkatkarasakalov@gmail.com](mailto:revkatkarasakalov@gmail.com)

ORSID: 0009-0004-5242-8217

UDK: 511.524

**Saidova Fazilat To'lqin qizi** - Termiz davlat pedagogika instituti, 2-kurs talabasi.

**Аннотасија:** Ushbu maqola fizikaning turli sohalarida matematik tahlilning ajoyib limitlarini qo'llasni o'rganadi. Quyidagi limitlar

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

fizik qonunlarni chiqarishda, taxminiy modellarni qurishda va chegara o'tishlarini tahlil qilishda asosiy rol o'ynaydi. Mexanika, elektrodinamika, termodinamika va kvant fizikasidan misollar ko'rib chiqiladi. Matematik tahlil va fizika nazariyasi o'rtasidagi uslubiy bog'liqlikni ochib beradigan ilmiy adabiyotlar va o'quv manbalarini tahlil qilish.

**Tadqiqotning maqsadi.** Tadqiqotning maqsadi mexanika, elektrodinamika va kvant fizikasining turli qonunlarini chiqarishda ajoyib limitlarning ahamiyatini ko'rsatishdir.

**Tadqiqot usullari.** Adabiyotlar tahlil qilinadi va fizikaning turli sohaları ko'rib chiqiladi, ularda fizika qonunlarini chiqarish uchun ajoyib chegaralar qo'llanilishi mumkin, chunki ular odatda darsliklarda yozilgan.

**Kalit so'zlar:** limit, ajoyib limitlar, mexanika, munosabatlar, qonun, parchalanish, jarayon, chegara o'tish.

**Аннотация.** В статье рассматривается применение замечательных пределов математического анализа в различных разделах физики. Показано, что такие пределы, как

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

играют фундаментальную роль при выводе физических законов, построении приближённых моделей и анализе предельных переходов. Рассматриваются примеры из механики, электродинамики, термодинамики и квантовой физики. Проведён анализ научной литературы и учебных источников, в которых раскрывается методологическая связь математического анализа и физической теории.

**Цель исследования.** Целью исследования является указание важности замечательных пределов при выведении различных законов механики, электродинамики, квантовой физики.

**Методы исследования.** Анализируется литература, рассматриваются различные разделы физики в которых можно применить замечательные пределы для выведения законов физики в том виде, в котором они обычно записываются в учебниках.

**Ключевые слова:** предел, замечательный предел, механика, соотношения, закон, распад, процесс, предельный переход.

**Annotation:** This article examines the application of remarkable limits of mathematical analysis in various areas of physics. It has been shown that limits such as

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

play a fundamental role in deriving physical laws, constructing approximate models, and analyzing limit transitions. Examples from mechanics, electrodynamics, thermodynamics, and quantum physics are considered. An analysis of scientific literature and educational sources is conducted, revealing the methodological connections between mathematical analysis and physical theory.

**The purpose of this study.** The purpose of this study is to demonstrate the importance of remarkable limits in deriving various laws of mechanics, electrodynamics, and quantum physics.

**Research methods.** Literature is analyzed, and various areas of physics are considered in which remarkable limits can be applied to deriving the laws of physics as they are typically written in textbooks.

**Key words:** limit, remarkable limit, mechanics, relations, law, decay, process, limit transition.

#### KIRISH.

Limit tushunchasi matematikada ham, fizikada ham markaziy o'rin tutadi. Fizikada chegaradan chegaraga o'tish g'oyasini aks ettiradi: cheksiz kichik miqdorlar, cheksiz katta parametrlar, uzluksiz jarayonlar. Diqqatga sazovor chegaralar asosiy chegara munosabatlari bo'lib, ko'pincha funksiyalarni differentsiatsiya qilish, integratsiya va kengaytirishda qo'llaniladi.

Differensial shakldagi fizik qonunlar (masalan, harakat qonunlari yoki maydon tenglamalari) argumentning o'sishi nolga moyil bo'lganligi sababli chegaraga o'tishga asoslanadi. Shunday qilib, ajoyib limitlar diskret modellar va uzluksiz nazariyalar o'rtasida ko'prik bo'lib xizmat qiladi.

#### Ajoyib limitlar va ularning matematik mohiyati.

Matematik analiz fanida, quyidagi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (1)$$

limit *birinchi ajoyib* limit deb yuritiladi. Bu limit yordamida  $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$ , yani sinus

funksiyaning hosilasini chiqarishda katta ahamiyatga ega. Bu limit kichik tebranishlarni tahlil qilishda keng qo'llaniladi.

Ushbu

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \quad (2)$$

limitga *ikkinchi ajoyib* limit deb ataladi. U e sonini, natural logarifm va eksponensial jarayonlarning asosini belgilaydi.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (3)$$

limit esa diskret jarayonlardan uzluksiz jarayonlarga o'tishda (masalan, eksponensial yemirilish qonunini chiqarishda) qo'llaniladi.

Masqur maqolada, yuqorida ko'rsatilgan limitlar fizikaning turli boblarda qo'llanishiga bag'ishlangan. Misol sifatida kichik tebranishning yaqinlashishini qat'iy ravishda chiqarish masalani ko'rib chiqaylik.

Matematik mayatnik tenglamasini ko'rib chiqamiz:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0 \quad (4)$$

Bunda birinchi ajoyib limitni qo'llaymiz

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin\varphi}{\varphi} = 1$$

Va quyidagi ifodani qo'llaymiz

$$\sin\varphi = \varphi \cdot \frac{\sin\varphi}{\varphi}$$

Ma'lumki kichik burchaklar uchun

$$\frac{\sin\varphi}{\varphi} \approx 1$$

Demak  $\sin\varphi \approx \varphi$

Olingan natijalarni yuqorida berilgan tenglamaga qo'ysak

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\varphi = 0$$

Endi  $r^2 + \frac{g}{l} = 0$  xarakteristik tenglamani yechsak

$$r = \pm i\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Umumiy yechimi esa

$$\varphi(t) = A\cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t\right) + B\sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t\right)$$

Demak funksiyaning davri

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Shunday qilib birinchi ajoyib limit chiziqli bo'lmagan modeldan chiziqli modelga o'tish imkononi berib uning analitik ro'rinishga olib keladi.

Bundan tashqari yana bitta eng sodda misol keltirish mumkin, bu esa teslikni aniqlash

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Bundan ajoyib limitlar fizikaning fundamental tushunchalardan biri ekanligini anglatadi.

Masalang elektrodinamirani eng asosiy qonunlardan biri Faradey qonunini keltirsak

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Bu hosila ham birinchi ajoyib limit orqali aniqlanadi, yani

$$\frac{d\Phi}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

To'lqin tarqalishini tahlil qilishda ko'pincha birinchi ajoyib chegaraga asoslangan kichik argumentlar uchun sinus kengayishi qo'llaniladi.

Ajoyib limitlarning qo'llanishini termodinamika bo'limida ham ko'rsatish mumkin.

Diskret modelni keltirsak:  $\Delta t$  kichik vaqt miqdorda  $\lambda\Delta t$  ulush parchalansin, bu holda

$$N_{k+1} = N_k (1 - \lambda\Delta t)$$

n qadamdan so'ng

$$N = N_0 (1 - \lambda\Delta t)^n$$

$t = n\Delta t$  bo'lsin, bu holda

$$N = N_0 \left(1 - \frac{\lambda t}{n}\right)^n$$

Bunda limitga o'tgan holda ikkinchi ajoyib limitdan foydalanamiz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$$

Bunda  $x = -\lambda t$

Natijada

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Shunday qilib eksponensial qonub, bu to'ridan to'g'ri ajoyib limitning hulosasi.

Agar kvant mehanikasini misol kilib keltirsak, vaqt evolusiyasi quyidagi operator orqali ifodalanadi

$$e^{-iHt/\hbar}$$

Bu operatorning kelib chiqishi, ajoyib limitga asoslangan

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{iHt}{nh}\right)^n$$

Bu esa ikkinchi ajoyib limitning qo'llanishini bildiradi.

Adabiyot tahliliga to'htalib tursak, ajoyib limitlarning qo'llanishi Umumiy fizika kursi [1], Matematik tahlil [2], Matematika fizika tenglamalar [3].

### Xulosa

Ajoyib chegaralar fizikada asosiy rol o'ynaydi. Ular:

1. Differensial tenglamalarga to'g'ri o'tishni ta'minlang.

2. Taxminiy modellarni (kichik tebranishlarni) qurishga ruxsat bering.

3. Ko'rsatkichli qonunlarning paydo bo'lishini tushuntiring.

4. Diskret va uzluksiz jarayonlarni bog'lash.

Limitlar apparatisiz zamonaviy nazariy fizikani qurish mumkin emas. Shunday qilib, ajoyib chegaralar nafaqat matematik vosita, balki jismoniy fikrlashning asosi hamdir.

#### Asosiy adabiyotlar

- **Математический анализ. Том 1** / Г.М. Фихтенгольц. — Классический подробный курс, содержит разделы о замечательных пределах и их доказательствах.
- **Курс математического анализа. Том 1** / В.А. Зорич. — Строгое изложение теории пределов и их применения.
- **Математический анализ** / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — Хорошо раскрывается связь пределов с производной и физическими задачами.
- **Calculus. Vol. 1** / М. Spivak. — Подробное объяснение пределов, полезно для углублённого понимания.
- **Курс общей физики. Том 1** / И.В. Савельев. — Применение пределов при выводе формул скорости, ускорения, законов движения.
- **Физика для университетов. Том 1** / Д.В. Сивухин. — Использование пределов в механике и электродинамике.
- **The Feynman Lectures on Physics** / R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands. — Поясняется физический смысл предела при переходе к мгновенным величинам.
- **Classical Mechanics** / Н. Goldstein. — Применение предельных переходов в теоретической механике.