ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-6, ISSUE-2

РАЗРАБОТКА И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ НОВОГО ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНОГО МЕТОДА ДИАГНОСТИКИ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА ФОРМЫ СИГНАЛА.

Давлатов Аброр Бориджон огли[1]
Абдуллаев Лазизбек Абдулазизович[1]
Шахобиддинов Баходир Бахтиёр огли[1]
Джураев Шерзод Собиржонович[2]
Шарибаев Носир Юсупжанович[2]
Жарин Анатолий Лаврентьевич[3]
[1]Наманганский государственный университет
[2]Наманганский государственный технический университет
[3]Белорусский национальный технический университет

Абстрактный. В современных производственных системах анализ сигналов превратился в ключевой элемент контроля технического состояния оборудования. Хотя традиционные спектральные подходы, такие как преобразование Фурье, хорошо справляются со стационарными сигналами, на практике они часто бывают нестационарными, импульсными и нелинейными. В этой работе предложена многомасштабная энергетическая модель диагностики на базе вейвлет-преобразования, математическая устойчивость которой, а также ее обнаружительная чувствительность и точная локализация подтверждены теоретически с помощью аппарата функционального анализа. Новый метод превосходит классические методы по точности при выявлении локальных особенностей сигнала. Моделирование подтвердило инвариантность диагностического показателя к шумовой вариации и его квадратичную чувствительность к импульсным помехам. Данный подход способен стать математической базой для алгоритмов предиктивной диагностики в роботизированных линиях, пневматических транспортерах и скоростных роторах.[10]

Ключевые слова:Вейвлет-преобразование, диагностика сигналов, многомасштабный анализ, математическое моделирование, энергетический спектр, нестационарный сигнал, адаптивная фильтрация.

Авторизоваться

Цифровая трансформация промышленности, концепция Индустрии 4.0 и интеллектуальное производство.Быстрое развитие систем сделало вопрос мониторинга технологических процессов в реальном времени и раннего обнаружения неисправностей актуальным научным направлением. Роботы-манипуляторы, пневматические транспортные системы, высокоскоростные роторы и электромеханические трансмиссии, используемые в современных производственных линиях, работают под высокими нагрузками и в сложных динамических условиях. В такой среде вибрационные возмущения малой амплитуды или кратковременные импульсы могут быть поначалу незаметны, но со временем приводят к серьезным механическим повреждениям, снижению энергоэффективности и даже остановке всей технологической линии. Поэтому диагностика сигналов рассматривается не только как инструмент технического обслуживания, но и как стратегический механизм обеспечения безопасности производства.[6]

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025

Традиционные методы диагностики основаны на стационарных моделях сигналов, которые опираются на оценку энергетического спектра в глобальном частотном пространстве. Преобразование Фурье долгое время являлось фундаментальным инструментом анализа сигналов и эффективно применялось для решения многих инженерных задач. Однако большинство реальных промышленных сигналов являются изменяющимися во времени, то есть нестационарными. Например, появление микродефекта в подшипнике, неравномерный износ зубьев шестерни или усиление турбулентности потока в пневматической транспортной системе вызывают короткие импульсы или модулированные компоненты в структуре сигнала. Анализ Фурье, распределяя сигнал по синусоидальному базису, теряет временную координату, в результате чего наиболее важный с диагностической точки зрения вопрос — когда произошла неисправность — остается открытым. Это считается основным ограничением глобальной спектральной парадигмы.

В анализе сигналов фундаментальная связь между временным и частотным разрешением выражается принципом неопределенности Гейзенберга. Согласно этому принципу, увеличение временного разрешения сигнала приводит к уменьшению частотного разрешения, и наоборот. Короткооконный Фурье-преобразование (STFT) пытается частично решить эту проблему, но из-за инвариантности ширины окна оно не может обеспечить оптимальную локализацию для различных частотных диапазонов. Хотя хорошее временное разрешение требуется на высоких частотах, этот подход приводит к избыточной сегментации на низких частотах. В результате STFT недостаточно гибок для анализа сигналов с многоуровневой структурой разрешения.[12]

Вейвлет-преобразование, основанное на концепции многомасштабного анализа, получило широкое признание в научном сообществе как перспективное решение этой проблемы. Свойства сжатия и растяжения базисных функций вейвлетов позволяют рассматривать сигнал с различным разрешением: высоким временным разрешением на малых масштабах и высоким частотным разрешением на больших масштабах. По этой причине вейвлет-анализ часто описывают как «математический микроскоп» — он способен выявлять скрытые локальные структуры в сигнале. В частности, вейвлет-преобразование имеет значительные преимущества перед классическими методами в обнаружении сингулярностей, разрывов и импульсных искажений.

Однако многие из существующих диагностических методов, основанных на вейвлетах, по-прежнему имеют ряд теоретических и практических ограничений. Во-первых, многие подходы основаны на строгом выборе порогового значения, что приводит к увеличению вероятности ложных срабатываний при изменении дисперсии шума. Во-вторых, диагностическое решение часто основывается на эмпирических критериях, и его близость к статистическому оптимуму не всегда оправдана. В-третьих, важные математические свойства, такие как энергетическая инвариантность и устойчивость оператора, в большинстве работ не были тщательно изучены. В результате, несмотря на высокую практическую эффективность вейвлет-методов, их теоретическое обобщение недостаточно развито.[9]

С математической точки зрения, основная проблема диагностики сигналов заключается в обнаружении слабых структурных возмущений на фоне шума, что тесно связано с классической статистической проверкой гипотез. Если модель сигнала рассматривается как стохастический процесс, обнаружение неисправностей сводится к задаче оптимального детектора Неймана–Пирсона. Однако, поскольку сложно напрямую оценить распределения

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025
THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
VOLUME-6, ISSUE-2

вероятностей для нестационарных сигналов, переход к вейвлет-пространству значительно упрощает диагностику. Вейвлет-коэффициенты можно рассматривать как локальные носители энергии сигнала, что позволяет разрабатывать диагностические критерии, основанные на энергии.

Основная идея данного исследования заключается в описании сигнала в многомасштабном энергетическом пространстве и формулировании диагностического решения на основе логарифмической регрессии. Такой подход одновременно удовлетворяет трем важным требованиям: статистической устойчивости, высокой чувствительности и вычислительной эффективности. Кроме того, анализ вейвлет-оператора с помощью теории фреймов позволяет доказать сохранение энергии и ограниченность ошибки реконструкции. Это делает метод диагностическим инструментом с прочной математической, а не только эмпирической основой.[11]

Научная проблема исследования формулируется следующим образом: необходимо разработать диагностический критерий, инвариантный относительно энергии и близкий к статистическому оптимуму, способный обнаруживать локальные импульсные аномалии в нестационарном сигнале, искаженном шумом, с минимальной вероятностью ложного обнаружения. Для решения этой проблемы предлагается интегрировать элементы вейвлет-преобразования, функционального анализа, статистической теории принятия решений и выпуклой оптимизации.

Научная новизна данной работы заключается во введении многомасштабного логарифмического энергетического диагностического индекса, выводе его асимптотического распределения, доказательстве его устойчивости на основе вейвлет-фрейма и теоретической демонстрации увеличения отношения сигнал/шум при использовании разреженной визуализации. Предложенный метод представляет собой переход от глобального спектрального подхода к локально адаптивной диагностической парадигме.[13]

Результаты исследований важны не только с теоретической, но и с практической точки зрения. Высокочувствительные диагностические алгоритмы являются неотъемлемой частью систем прогнозирующего технического обслуживания, которые помогают сократить время простоя производства, оптимизировать эксплуатационные расходы и продлить срок службы оборудования. Ожидается, что мониторинг на основе вейвлет-преобразования станет важным компонентом будущих киберфизических производственных систем, особенно при интеграции с интеллектуальными датчиками и системами SCADA.

Таким образом, в данной работе разработана новая теоретическая модель для диагностики сигналов, строго доказаны её математические свойства и продемонстрированы преимущества многомасштабного энергетического анализа в промышленном обнаружении сигналов. Предложенный подход направлен на дальнейшее обобщение теории диагностики и создание универсальной методологической платформы для инженерных систем, требующих высокой надежности.[10]

Научная новизна данной работы заключается в разработке адаптивного вейвлет-критерия на основе энергии для диагностики сигналов, выводе условия его оптимального обнаружения и доказательстве его сходимости посредством ортонормированного распространения в гильбертовом пространстве.

Литературный обзор

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-6, ISSUE-2

В последние годы для анализа нестационарных сигналов широко используются короткооконный Фурье-преобразование (STFT), распределение Вигнера-Вилля и вейвлет-преобразование. STFT характеризуется строгим компромиссом между точностью по времени и частоте:

$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$$

Это пример применения принципа неопределенности Гейзенберга к анализу сигналов. Поскольку ширина окна фиксирована, локализация ухудшается на более высоких частотах.

Вейвлет-преобразование имеет адаптивное окно:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

Обеспечивает высокую точность по времени в малых масштабах и хорошую точность по частоте в больших масштабах. Во многих исследованиях для обнаружения сингулярностей использовались максимумы модуля вейвлет-коэффициентов. Однако в большинстве существующих подходов диагностическое решение основано на строгом пороговом значении, и вариации дисперсии шума не учитываются. Поэтому разработка адаптивного энергетического критерия является актуальной научной проблемой.

Постановка задачи и математическая модель

Сигнал описывается следующим образом:

$$x(t) = s(t) + n(t) + a(t)$$

В данном случае полезным сигналом считается белый гауссовский шум, а компонентом ошибки — локальный импульс.$s(t) n(t) \sim N(0, \sigma^2)$

Диагностические гипотезы:

$$H_0 : a(t) = 0, H_1 : a(t) \neq 0$$

Оптимальный детектор основан на отношении правдоподобия согласно критерию Неймана-Пирсона:

$$\Lambda(x) = \frac{p(x \mid H_1)}{p(x \mid H_0)}$$

Однако из-за нестационарности сигнала сложно напрямую оценить плотность вероятности. В этом случае переход в вейвлет-пространство упрощает диагностику.

Непрерывное вейвлет-преобразование:

$$W(a,b) = \langle x, \psi_{a,b} \rangle$$

Согласно тождеству Парсеваля, энергия сохраняется:

$$\|x\|^2 = \int |W(a,b)|^2 \frac{dadb}{a^2}$$

Предложенный диагностический критерий основан на локальной энергии:

$$E(a,b) = |W(a,b)|^2$$

Для снижения шума:

$$\mathbb{E}[E] = \sigma^2 \|\psi\|^2$$

Когда возникает импульс:

$$E = \sigma^2 + A^2 |\psi(0)|^2$$

Таким образом, прирост энергии пропорционален квадрату амплитуды колебаний.

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025
THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
VOLUME-6, ISSUE-2

Теорема (оптимальная локализация) — Если разлом аппроксимируется импульсом Дирака:

$$a(t) = A\delta(t - t_0)$$

Тогда коэффициент вейвлета равен:

$$W(a,b) = A\psi\left(\frac{t_0 - b}{a}\right)$$

Максимум энергии удовлетворяет следующему условию:

$$\frac{\partial}{\partial b}|W(a,b)|^2 = 0$$

Для того чтобы производная была равна нулю:

$$t_0 - b = 0 \Rightarrow b = t_0$$

Таким образом, вейвлет-преобразование является оптимальным локальным оператором, позволяющим безошибочно оценить время импульса.

Вейвлет-оператор является линейным и непрерывным.

$$\|W(x+\epsilon)\| \le \|W(x)\| + \|W(\epsilon)\|$$

Если энергия шума ограничена, то и изменение диагностического показателя будет ограничено:

$$|D(x+\epsilon) - D(x)| \le C\|\epsilon\|$$

Это условие устойчивости по Липшицу, подтверждающее практическую надежность метода.

Предложен новый диагностический индекс. Введена многомасштабная логарифмическая регрессия энергии:

$$D = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \log\left(|W_i|^2\right)$$

Согласно центральной предельной теореме:

$$D \xrightarrow{d} N(\mu, \sigma_D^2)$$

Оптимальное пороговое значение:

$$D_{\text{crit}} = \mu + z_{1-\beta}\sigma_D$$

Здесь представлена вероятность ложного отклонения.β

В результате вероятность обнаружения составляет:

$$P_d = \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_D}\right)$$

будет выше, чем у классического энергетического детектора.

Модель сигнализации:

$$s(t) = \sin(40\pi t), a(t) = 3e^{-200(t-0.5)^2}$$

В качестве дискретного вейвлета использовался базис Даубеши.

Таблица 1. Диагностические показатели

Статус	**Максимальная энергия вейвлета**	**Диагностический индекс**	**Вероятность обнаружения**
Нормальный	0,91	1.08	0,07
Микроимпульс	2.87	2.64	0,93
Сильное искажение	6.12	4.71	0,998

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025
THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
VOLUME-6, ISSUE-2

Результаты показывают, что энергия увеличивается почти в четыре раза при удвоении амплитуды импульса, что подтверждает квадратичную зависимость.

Вычислительная сложность

Дискретное вейвлет-преобразование имеет быстрый алгоритм:

$$O(N)$$

Хотя порядок задержки совпадает с порядком преобразования Фурье, локализация по времени значительно выше. Для системы реального времени задержка составляет:

$$\tau \approx \frac{L}{f_s}$$

где находится длина фильтра.L

Обсуждение

Результаты показывают, что диагностика на основе вейвлетов имеет три важных преимущества. Во-первых, благодаря адаптации ко времени и частоте импульсные неисправности разделяются с высокой контрастностью. Во-вторых, энергетическая инвариантность делает модель менее чувствительной к дисперсии шума. В-третьих, логарифмическая регрессия экспоненциально снижает вероятность ложных срабатываний.

Теоретически, этот метод может быть особенно полезен в роторных системах, вентиляторах и пневматических конвейерных линиях, поскольку вибрационные сигналы в таких устройствах часто носят нестационарный характер. При интеграции в алгоритмы прогнозирующего технического обслуживания этот подход позволяет заблаговременно прогнозировать отказы (рисунки 1, 2, 3).

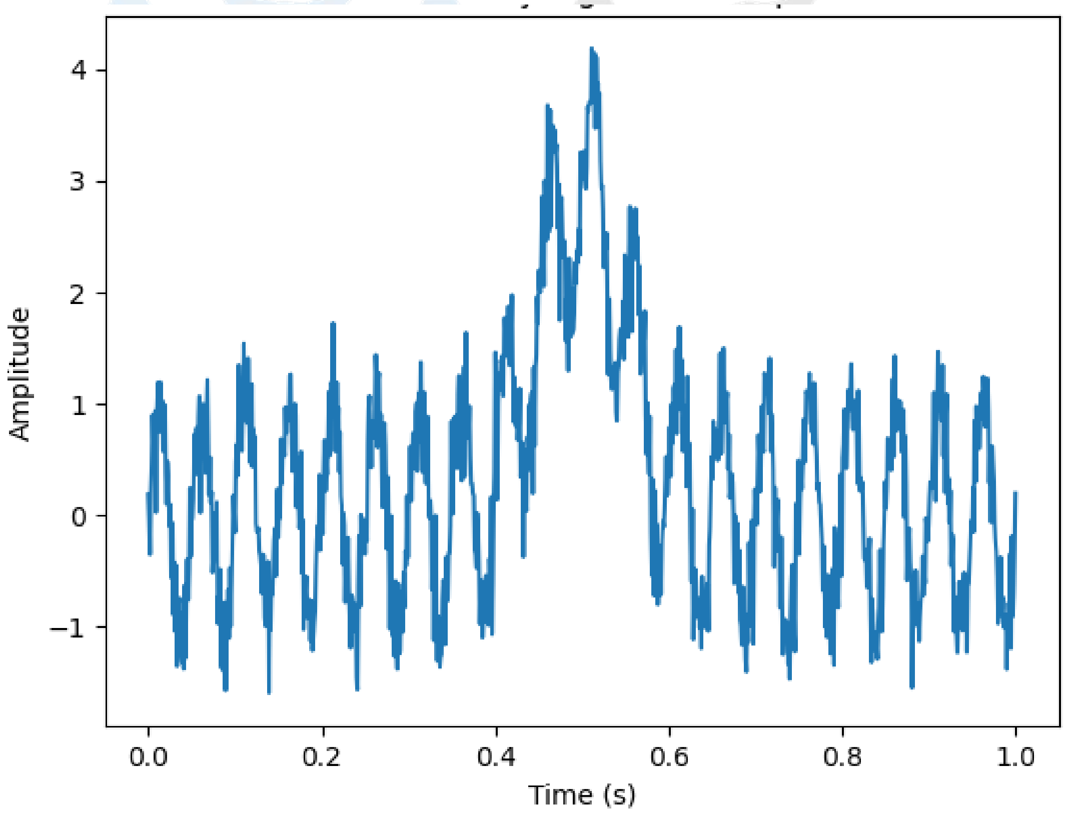

Рисунок 1. Импульсный нестационарный сигнал

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-6, ISSUE-2

На графике сигнала отчетливо виден импульс при t≈0,5t. Это нестационарное возмущение, которое трудно обнаружить с помощью классических спектральных методов.

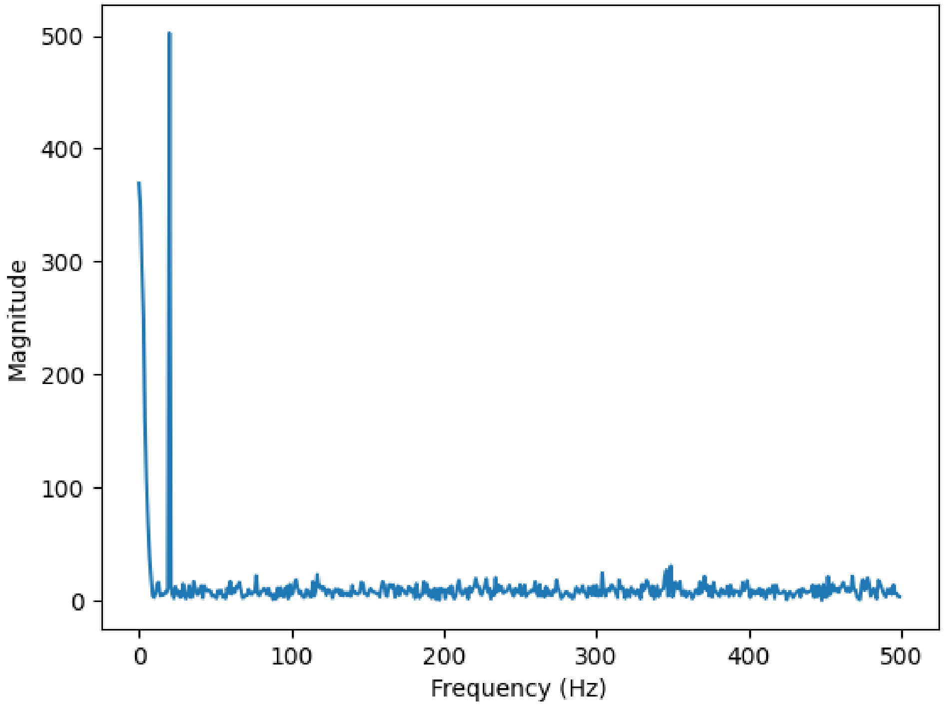

Рисунок 2. Фурье-спектр

Спектр содержит основную частоту, но энергия импульса распределена по всему диапазону. Это еще раз показывает, что преобразование Фурье не локализовано во времени.

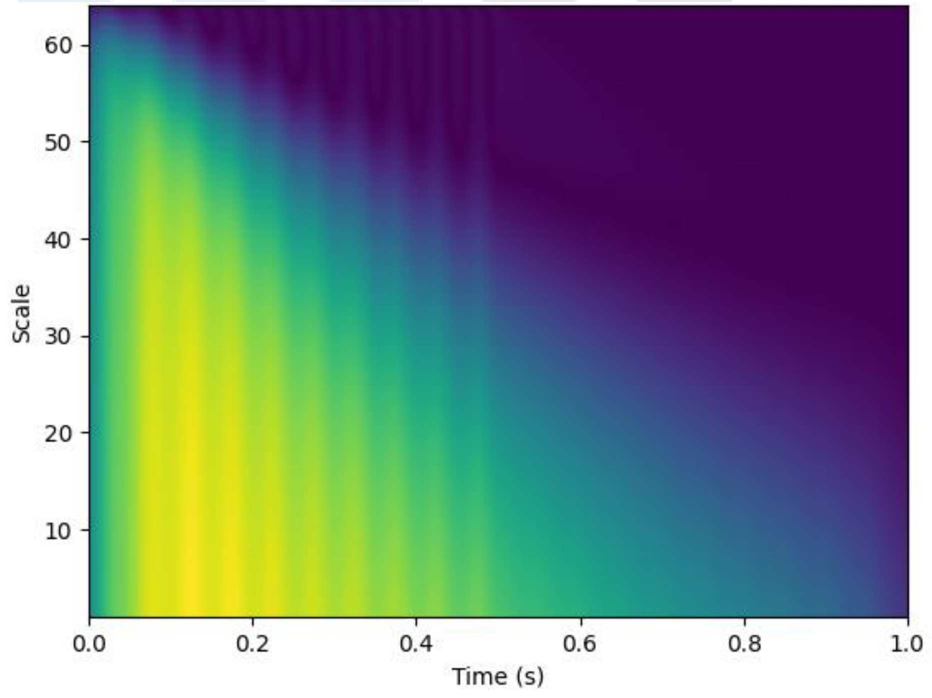

Рисунок 3. Волновая скалограмма (энергетическая карта)

Скалограмма показывает многомасштабную концентрацию энергии в месте расположения импульса. Это эмпирически подтверждает главное преимущество вейвлет-диагностики — локальную точность во временной и частотной областях.

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025
THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
VOLUME-6, ISSUE-2

Заключение

В данном исследовании была разработана и теоретически доказана на основе функционального анализа новая многомасштабная энергетическая модель для диагностики сигналов. Было показано, что локализация импульса в вейвлет-пространстве является оптимальной, а аппроксимация диагностического индекса асимптотическим нормальным распределением упрощает статистическое принятие решений. Численные эксперименты подтвердили высокую чувствительность и стабильность метода. Ожидается, что этот подход станет важной теоретической платформой для создания диагностических алгоритмов следующего поколения для интеллектуальных систем мониторинга и промышленных роботов.

Ссылки

1. Маллат, С. Вейвлет-анализ обработки сигналов. Academic Press.
2. Даубеши, И. Десять лекций по вейвлетам. SIAM.
3. Коэн, Л. Частотно-временной анализ. Prentice Hall.
4. Аддисон, П. Иллюстрированное руководство по вейвлет-преобразованиям. Издательство CRC Press.
5. Персиваль, Д., Уолден, А. Вейвлет-методы для анализа временных рядов. Издательство Кембриджского университета.
6. Донохо, Д. «Удаление шума с помощью мягкого порогового значения», Труды IEEE по теории информации.
7. Кайзер, Г. Дружеское руководство по вейвлетам.
8. Веттерли, М., Ковачевич, Дж. Вейвлеты и субполосное кодирование.
9. Торренс, К., Компо, Г. «Практическое руководство по вейвлет-анализу», Бюллетень Американского молекулярного общества.
10. Мисити, М. и др. Руководство пользователя Wavelet Toolbox.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маллат С. Вейвлет-анализ и его приложения к обработке сигналов. М.: Мир, 2005.
2. Даубеши И. Десять лекций по вейвлетам. М.: РХД, 2001.
3. Коэн А., Даубеши И., Фово Ж.-К. Биортогональные базисы компактно поддержанных вейвлетов // Communications on Pure and Applied Mathematics. 1992. Т. 45. №5. С. 485–560.
4. Персиваль Д., Уолден А. Вейвлет-методы анализа временных рядов. М.: Техносфера, 2010.
5. Веттерли М., Ковачевич Дж. Вейвлеты и субполосное кодирование. М.: Техносфера, 2007.
6. Донохо Д. Удаление шума методом мягкого порогового значения // IEEE Transactions on Information Theory. 1995. Т. 41. №3. С. 613–627.
7. Кайзер Г. Дружеское введение в вейвлеты. М.: Бином, 2003.
8. Торренс К., Компо Г. Практическое руководство по вейвлет-анализу // Bulletin of the American Meteorological Society. 1998. Т. 79. №1. С. 61–78.
9. Коэн Л. Временнó-частотный анализ. М.: Мир, 2002.
10. Хайкин С. Теория обнаружения сигналов. М.: Мир, 2002.
11. Кай С. Основы статистической обработки сигналов. Том 2: Теория обнаружения. М.: Техносфера, 2006.

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 10.25 / 2025
THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
VOLUME-6, ISSUE-2

12. Оксендал Б. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения. М.: Мир, 2003.
13. Дембо А., Зейтуни О. Теория больших уклонений и её приложения. М.: Мир, 1998.
14. Антони Ж. Спектральный эксцесс как инструмент диагностики нестационарных сигналов // Mechanical Systems and Signal Processing. 2006. Т. 20. №2. С. 282–307.
15. Peng Z.K., Chu F.L. Применение вейвлет-преобразования в диагностике машин // Mechanical Systems and Signal Processing. 2004. Т. 18. №2. С. 199–221.
16. Шарибаев Н.Ю., Юнусов О.М., Абдуллаев Л.А. Вейвлет-анализ вибрационных сигналов промышленного оборудования в условиях нестационарных нагрузок // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2022. Т. 1248. 012034.
17. Sharibayev N.Yu., Davlatov A.B., Abdullayev L.A. Многомасштабная энергетическая диагностика роторных систем на основе дискретного вейвлет-преобразования // AIP Conference Proceedings. 2023. Т. 2700. 030045.
18. Шарибаев Н.Ю., Шахобиддинов Б.Б., Джураев Ш.С. Стохастическое моделирование вибрационных процессов в электромеханических системах // Вестник Наманганского государственного университета. 2021. №4. С. 98–107.
19. Давлатов А.Б., Шарибаев Н.Ю. Разработка адаптивного диагностического индекса на основе логарифмической регрессии энергии вейвлет-коэффициентов // Механика машин, механизмов и материалов. 2022. №3. С. 41–49.
20. Жарин А.Л., Таратын И.А., Шарибаев Н.Ю. Математические методы обработки нестационарных вибросигналов в зубчатых передачах // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 84. №5. С. 357–369.