

Хасанов Б.Б.

ст. преп. кафедры «Тех.маш.» Алмалыкского филиала ТГТУ им. И. Каримова

Под действием внешней нагрузки упругое тело деформируется его объем изменяется и в нем накапливается потенциальная энергия проявляется в виде работы, совершаемой внутренними силами. Для определения изменения объема тела и количества накопленной им потенциальной энергии необходимо знать изменение объема и количество энергии в каждой элементарной частице тела.

Выделим в окрестности некоторой точки тела до его деформации элементарный параллелепипед с ребрами dl_1 , dl_2 и dl_3 так, чтобы его грани совпадали с главными площадками (рис.1.).

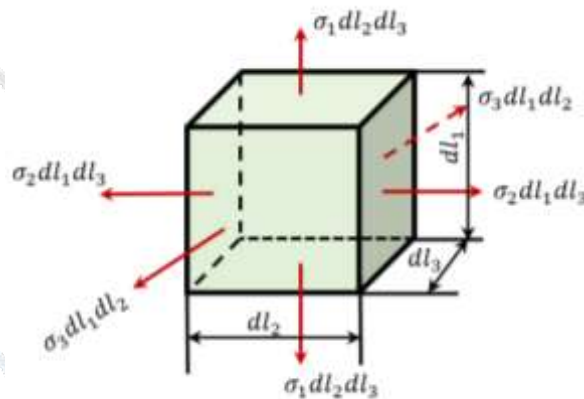


Рис.1.

Первоначальный объем параллелепипеда $dV = dl_1 \cdot dl_2 \cdot dl_3$. После деформации длины ребер параллелепипеда равны $dl_1(1 + \varepsilon_1)$, $dl_2(1 + \varepsilon_2)$ и $dl_3(1 + \varepsilon_3)$ где ε_1 , ε_2 и ε_3 — относительные деформации ребер параллелепипеда (в направлении главных напряжений), определяемые по формулам.

Объем элементарного параллелепипеда после его деформации

$$dV + \Delta(dV) = dl_1(1 + \varepsilon_1) \cdot dl_2(1 + \varepsilon_2) \cdot dl_3(1 + \varepsilon_3) = \\ = dl_1 \cdot dl_2 \cdot dl_3(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3).$$

Здесь $\Delta(dV)$ — изменение объема параллелепипеда.

Так как величины ε_1 , ε_2 , и ε_3 весьма малы по сравнению с единицей, то их произведениями можно пренебречь. Тогда:

$$dV + \Delta(dV) = dV \cdot (1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3),$$

откуда:

$$\Delta(dV) = dV \cdot (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$$

Отношение величины $\Delta(dV)$ к первоначальному объему параллелепипеда dV обозначается θ и называется **относительным изменением объема**:

$$\theta = \frac{\Delta(dV)}{dV} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (1)$$

Относительное изменение объема выражается в отвлеченных величинах (безразмерная величина). Подставив в выражение (1) значения ε_1 , ε_2 и ε_3 по формулам, после преобразования получим:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2)$$

В формулу (2) входит сумма главных нормальных напряжений. Вместо нее можно подставить сумму $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} \cdot (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (3)$$

Формулы (2) и (3) выражают **объемный закон Гука**.

Правая часть формулы (3) равна сумме относительных деформаций ε_x , ε_y и ε_z . Поэтому формулу (3) можно представить в виде:

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (4)$$

Зная относительное изменение объема тела в каждой его точке, можно вычислить объемную деформацию (т.е. изменение объема) всего тела:

$$\Delta V = \int_V \theta dV \quad (5)$$

Если в случае пространственного напряженного состояния $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma > 0$ (такой случай называется **пространственным равномерным растяжением**), то на основании формулы (2) относительное изменение объема:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} \cdot 3\sigma \quad (6)$$

Совершенно очевидно, что объем кубика, находящегося в условиях пространственного равномерного растяжения, не может уменьшаться, т.е. θ в этом случае не может быть отрицательным; следовательно, [на основании зависимости (6)], коэффициент Пуассона для любых материалов не может быть больше 0.5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э.Ф. Винокуров, А.Г. Петрович, Л.И. Шевчук. Сопротивлению материалов расчетно-проектировочные работы. Минск “Вышэйшая школа”. 1987. -227стр.
2. Н.М. Атаров, Ю.Д. Насонкин “Примеры решения задач по сопротивлению материалов”. Учебное пособие. Москва 1990. -136 стр.
3. Khasanov B. B. “Determination of the Angular Velocity of the Driving Link at the Moment of Driving Forces”. Spanish Journal of Innovation and Integrity. ISSN: 2792-8268 Volume: 33, Aug-2024. <http://sjii.indexedresearch.org>
4. Хасанов Б.Б. “РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ”. ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261, SJIF 2022-2.889, 2023-5.384 ResearchBib IF: 8.848 / 2024. Multidisciplinary journal of science and technology, VOLUME-4, ISSUE-12. 4(12), 292–295. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14501838>
5. B.B. Xasanov., “BURALISH DEFORMATSIYASI”. TECHNICAL SCIENCE RESEARCH IN UZBEKISTAN, 1(5), 547–551. Retrieved from. ISSN (E): 2992-9148 ResearchBib Impact Factor: 9.576 / 2023. VOLUME-1, ISSUE-5 <https://doi.org/10.5281/zenodo.10448458>
6. Khudjaev M. Shakov V. Khasanov B. “Modeling fluid outflow from a channel consisting of a cylindrical section of a constant radius, and an expanding outlet section”. WEB OF SCIENTIST:

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-5, ISSUE-6

INTERNATIONAL SCIENTIFIC RESEARCH JOURNAL ISSN: 2776-0979, Volume 3, Issue 4, April., 2022. <https://wos.academiascience.org>

7. Khasanov B. B. (2025). "TORSION OF RODS. B INTERNATIONAL BULLETIN OF ENGINEERING AND TECHNOLOGY" (Т. 5, Выпуск 5, сс. 222–224). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15601456>

8. Khudjaev M. K. Khasanov B. B. "STATICS OF A TRIANGULAR WEDGE". International Journal of Mechatronics and Applied Mechanics 2025, Issue 20, Vol. 1. 202–207. <https://ijomam.com/issue-20/>

