

**AKADEMIK LITSEY MATEMATIKA DARSLARIDA PARAMETRLI CHIZIQLI
TENGLAMALAR SISTEMASINI O'QITISHNI TAKOMILLASHTIRISHNING
ZAMONAVIY METODLARI**

Ochilova Azizabonu Yorqin qizi

Buxoro davlat pedagogika instituti talabasi

Annotatsiya: Mazkur maqolada akademik litsey matematika darslarida parametrlilik chiziqli tenglamalar sistemasini o'qitish metodikasini takomillashtirish masalalari yoritilgan. Parametrlilik sistemalarini yechish jarayonida o'quvchilarning analitik fikrlashi, mantiqiy xulosa chiqarishi hamda matematik modellashtirish kompetensiyalarini rivojlantirishga xizmat qiluvchi innovatsion pedagogik yondashuvlar tahlil qilingan. Shuningdek, interfaol metodlar, STEAM yondashuvi va raqamli texnologiyalardan foydalanishning ta'lim samaradorligiga ta'siri ochib berilgan.

Kalit so'zlar: Parametrlilik tenglamalar sistemasi, chiziqli tenglamalar sistemasi, parametr, matematik modellashtirish, analitik fikrlash, matematik kompetensiya, STEAM yondashuvi, interfaol metodlar, innovatsion texnologiyalar, matematika ta'limi.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ chiziqli tenglamalar sistemasida } a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \text{ berilgan sonlar bo'lishi}$$

kerak. Agar shu koeffitsiyentlar o'rniga harf yoki harfiy ifoda qatnashsa o'sha harf parametr deyiladi. Berilgan sistema esa parametrlilik sistema deyiladi.

Parametrlilik sistema berilganda ko'pincha quyidagicha savollar qo'yiladi.

1. Parametrning qanday qiymatida sistema yagona yechimga ega bo'ladi.
2. Parametrning qanday qiymatida sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi.
3. Parametrning qanday qiymatida sistema yechimga ega bo'lmaydi.

Bu savollarga Diterminantlardan foydalanib javob berish qulay.

- I. Parametrlilik sistemaning bosh diterminanti nolga teng bo'lmaydi, ya'ni $\Delta \neq 0$ qiymatlarda berilgan sistema yagona yechimga ega bo'ladi.

1-misol: k ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} 3x - (k-1)y = 6 \\ 2x + ky = 5 \end{cases}$ sistema yagona yechimga ega bo'ladi?

$$\begin{cases} 3x - (k-1)y = 6 \\ 2x + ky = 5 \end{cases} \quad \Delta \neq 0 \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & -(k-1) \\ 2 & k \end{vmatrix} = 3k + k(k-1) \neq 0 \quad k \neq \frac{2}{5}$$

- II. Parametrning biror qiymatida $\Delta = 0$, $\Delta_x = 0$, $\Delta_y = 0$ bo'lsa, o'sha vaqatda sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi.

Demak, parametrlilikning sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladigan qiymatini topish uchun $\Delta = 0$, $\Delta_x = 0$, $\Delta_y = 0$ tenglamalarning umumiy ildizlarini topish kerak.

2-misol: a ning qanday qiymatlarida sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi?

$$\begin{cases} (6+a)x - 6y = 2 \\ -2ax + 3y = a-3 \end{cases}$$

$$1) \Delta = \begin{vmatrix} 6+a & -6 \\ -2a & 3 \end{vmatrix} = 18 + 3a - 12a = 0 \quad a = 2$$

$$2) \Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ a-3 & 3 \end{vmatrix} = 6 + 6a - 18 = 0 \quad a = 2$$

$$3) \Delta_y = \begin{vmatrix} 6+a & 2 \\ -2a & a-3 \end{vmatrix} = 6a - 18 + a^2 - 3a + 4a = 0 \quad a^2 + 7a - 18 = 0 \quad a_1 = 2, a_2 = 9 \quad \text{javob: } 2$$

III. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema yechimga ega bo'lmaydi.

Parametrlarning biror qiymatida bosh determinant $\Delta = 0$ bo'lib, Δ_x, Δ_y dan hech bo'lmasa

birortasi noldan farqli bo'lsa, tenglamalar sistemasi yechimga ega bo'lmaydi.

3-misol: k ning qanday qiymatlarida ushbu sistema yechimga ega bo'lmaydi?

$$\begin{cases} (k^2 - k - 1)x + 2,5y = 5 \\ 2x + y = -k \end{cases} \quad \text{bunda } \Delta = 0, \Delta_x \neq 0, \Delta_y \neq 0$$

$$1) \Delta = \begin{vmatrix} k^2 - k - 1 & 2,5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = k^2 - k - 1 - 5 = 0 \quad k^2 - k - 6 = 0 \quad k_1 = 3, k_2 = -2$$

$$2) \Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 2,5 \\ -k & 1 \end{vmatrix} = 5 + 2,5k \quad 5 + 2,5k \neq 0 \quad k \neq -2$$

$$3) \Delta_y = \begin{vmatrix} k^2 - k - 1 & 5 \\ 2 & -k \end{vmatrix} = -k^3 + k^2 + k - 10, \quad k^3 - k^2 - k + 10 = 0, \quad k_1 = -2, \text{ qo'ysak } \Delta_y = 0$$

$k_2 = 3$ qo'ysak $\Delta_y \neq 0$ bo'ladi demak; javob: $k = 3$

Bu savollarga yana boshqa usulda javob berish mumkin: Ya'ni $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ chiziq

tenglamalar sistemasida

1) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ nisbat bajarilsa sistema yagona yechimga ega bo'ladi yoki to'g'ri chiziqlar

kesishadi.

2) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ nisbat bajarilsa sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi yoki to'g'ri

chiziqlar ustma-ust tushadi.

3) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ nisbat bajarilsa sistema yechimga ega bo'lmaydi yoki to'g'ri chiziqlar parallel

bo'ladi.

1-misolning 2-usuli: $\begin{cases} 3x - (k-1)y = 6 \\ 2x + ky = 5 \end{cases} \quad \frac{3}{2} \neq \frac{-(k-1)}{k} \quad 3k \neq -2k + 2 \quad k \neq \frac{2}{5}$

2-misolning 2-usuli: $\begin{cases} (6+a)x - 6y = 2 \\ -2ax + 3y = a-3 \end{cases} \quad \frac{6+a}{-2a} = \frac{-6}{3} = \frac{2}{a-3}$

$$1) \frac{6+a}{-2a} = \frac{-6}{3}$$

$$18+3a = 4a \quad a = 18$$

$$2) \frac{-6}{3} = \frac{2}{a-3}$$

$$-a+3=1 \quad a=2$$

$$3) \frac{6+a}{-2a} = \frac{2}{a-3}$$

$$(6+a)(a-3) = -4a \quad 6a-18+a^2-3a = -4a$$

$$a^2+7a-18=0$$

$$a_1 = 2, \quad a_2 = -9 \quad \text{umumiy yechim } a = 2 \quad \text{javob: } a = 2$$

3-misolning 2-usuli:
$$\begin{cases} (k^2 - k - 1)x + 2,5y = 5 \\ 2x + y = -k \end{cases} \quad \frac{k^2 - k - 1}{2} = \frac{2,5}{1} \neq \frac{5}{-k}$$

$$1) \frac{k^2 - k - 1}{2} = \frac{2,5}{1}$$

$$k^2 - k - 1 = 5$$

$$k^2 - k - 6 = 0$$

$$k_1 = -2$$

$$k_2 = 3$$

$$2) \frac{2,5}{1} \neq \frac{5}{-k}$$

$$-2,5k \neq 5$$

$$k \neq -2$$

$$\text{javob: } k = 3$$

1-metod:STEAM yondashuvi parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini fan, texnologiya, muhandislik va matematika bilan bog‘lab o‘qitishga asoslanadi. Bu yondashuv orqali o‘quvchilar nafaqat sistemani yechishni, balki uning amaliy qo‘llanilishini ham o‘rganadilar.

Namunaviy topshiriq

Korxonada A va B mahsulotlarini ishlab chiqaradi.

A mahsulotidan dona

B mahsulotidan dona

Ishlab chiqarish quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ ax + y = 140 \end{cases}$$

Bu yerda a – yangi texnologiya joriy etilgandagi samaradorlik ko‘rsatkichi.

O‘quvchilar faoliyati

1. Muammoni tahlil qiladi.

2. Sistemani yechadi.

3. Parametrning turli qiymatlarida natijalarni solishtiradi.

4. Iqtisodiy xulosa chiqaradi.

STEAM YONDASHUVI ASOSIDA PARAMETRLI CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI O‘QITISH

MAVZU

Parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini STEAM yondashuvi asosida o‘qitish

1. REAL HAYOTIY VAZIYAT (STEAM MISOLI)

Ikki ta suv idishi (A va B) bor. Ular bir-biriga quvur orqali ulangan. A idishdagi suv har minutda α litrga kamayadi, B idishdagi esa b litrga ortadi. Ma‘lum vaqt t minutdan so‘ng A idishdagi suv 20 litr, B idishdagi suv 40 litr bo‘ladi.

Savol: α va b qiymatlarini toping.

Bu misolda:

FAN
(suv oqimi)

TEKNOLOGIYA
(model)

MUHANDISLIK
(quvur tizimi)

SAN'AT
(dizayn)

MATEMATIKA
(tenglamalar)

2. MATEMATIK MODEL

Boshlang‘ich holatda A idishda x litr, B idishda y litr suv bo‘lsin. t minutdan keyin:

- A idish: $x - at = 20$
- B idish: $y + bt = 40$

Demak, parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini:

$$\begin{cases} x - at = 20 \\ y + bt = 40 \end{cases}$$

3. PARAMETRLI SISTEMANI YECHISH

Sistemani yechish uchun:

$$\begin{cases} x = 20 + at \\ y = 40 - bt \end{cases}$$

Agar t ma‘lum bo‘lsa, a va b qiymatlar topiladi. Agar x , y , t ma‘lum bo‘lsa, a va b topiladi.

4. PARAMETR O‘ZGARGANDA TO‘G‘RI CHIZIQLARNING JOYLASHUVI

Quyidagi umumiy sistema qaraymiz: $\begin{cases} ax + by = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

Bu yerda $a_1 = a$, $b_1 = 1$, $c_1 = m$ (parametr m).

Parametr m ning turli qiymatlarida to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro joylashuvi

1) $D \neq 0$ (bitta yechim)

To‘g‘ri chiziqlar kesishadi. Sistema bitta yechimga ega.

2) $D = 0$ (cheksiz ko‘p yechim)

To‘g‘ri chiziqlar ustma-ust tushadi. Sistema cheksiz ko‘p yechimga ega.

3) $D \neq 0$ (yechim yo‘q)

To‘g‘ri chiziqlar parallel. Sistema yechimga ega emas.

Bu yerda $D = a_1b_2 - a_2b_1$ – sistema determinanti. Parametr m ning qiymatiga qarab D o‘zgaradi va sistema holati belgilanadi.

5. O‘QUVCHILARDA SHAKLLANADIGAN KOMPETENSIYALAR

Tanqidiy va mantiqiy fikrlash

Matematik modellashtirish ko‘nikmasi

Muammoni hal qilish ko‘nikmasi

Ijodkorlik va dizayn ko‘nikmasi

Raqamli texnologiyalardan foydalanish

Jamoada ishlash ko‘nikmasi

6. STEAM YONDASHUVI BO‘YICHA DARS JARAYONI BOSQICHLARI

1. Vaziyatni tahlil qilish

2. Matematik model tuzish

3. Tenglamalar sistemasini tuzish

4. Sistemani yechish va tahlil qilish

5. Natijani amaliy jihatdan izohlash

6. Xulosa chiqarish va taqdimot qilish

XULOSA: STEAM yondashuvi parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini o‘qitishda nazariy bilimlarni real hayotiy vaziyatlar bilan bog‘lashga.

1-rasm. Parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini STEAM yondashuvi asosida o'qitish modeli.

Real ishlab chiqarish jarayoni matematik modelga aylantirilib, parametrning iqtisodiy ma'nosi tahlil qilinadi.

2-metod: Keys-stadi metodi

Metod haqida

Keys-stadi metodida o'quvchilarga real hayotiy vaziyat taqdim etiladi va ular ushbu vaziyatni parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini yordamida modellashtirib yechim topadilar.

Namunaviy keys

Maktab kutubxonasiga matematika va fizika kitoblari olib kelindi.

Jami kitoblar soni 120 ta.

Matematika kitoblari soni fizika kitoblari sonidan a taga ko'p.

Matematik model

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ x - y = a \end{cases}$$

Bu yerda:

- matematika kitoblari soni;
- fizika kitoblari soni;
- parametr.

O'quvchilar faoliyati

1. Vaziyatni o'qiydi.
2. Matematik model tuzadi.
3. Sistemani yechadi.
4. Parametrning turli qiymatlarida natijalarni tahlil qiladi.
5. Xulosa chiqaradi.

KEYS-STADI METODI ASOSIDA PARAMETRLI CHIZIQI TENGLAMALAR SISTEMASINI O'QITISH

KEYS-STADI METODI NIMA?

Keys-stadi metodi – o'quvchilarga real hayotiy vaziyat (keys) taqdim etilib, uni tahlil qilish, muammoni matematik modelga aylantirish va yechim topish jarayonidir. Bu metod o'quvchilarning mustaqil fikrlash, muammoni hal qilish va amaliy qo'llash ko'nikmalarini rivojlantiradi.

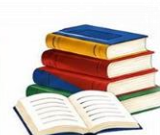
KEYS (Vaziyat)

Maktab kutubxonasiga matematika va fizika kitoblari olib kelindi. Jami kitoblar soni 120 ta. Matematika kitoblari soni fizika kitoblari sonidan a taga ko'p.

Savol: Matematika va fizika kitoblari sonini toping. Parametr a ning turli qiymatlarida sistemaning yechimini tahlil qiling.

O'quvchilarda shakllanadigan kompetensiyalar


- ✔ Analitik va mantiqiy fikrlash
- ✔ Matematik modellashtirish
- ✔ Muammoni hal qilish
- ✔ Jamoada ishlash
- ✔ Natijalarni tahlil va baholash



KEYS-STADI METODI BOSQICHLARI

1. VAZIYAT BILAN TANISHISH

O'quvchilar keysni o'qib, shartini tushunadilar.



Vazifa: Berilgan vaziyatni muhokama qiling va nima ma'lum, nima noma'lum ekanini aniqlang.

2. MATEMATIK MODEL TUZISH

Vaziyat shartiga ko'ra parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini tuzamiz.

x – matematika kitoblari soni
 y – fizika kitoblari soni
 a – matematika kitoblari sonining fizika kitoblaridan ortiqcha soni

Sistemamiz:

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ x - y = a \end{cases}$$

Bu yerda a – parametr.

3. SISTEMANI YECHISH

Sistemani yechamiz.

Addislash usuli:

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ x - y = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 120 + a \\ x = \frac{120 + a}{2} \end{cases}$$

Yechim:

$$x = \frac{120 + a}{2}, y = \frac{120 - a}{2}$$

4. PARAMETRNING TURLI QIYMATLARIDA TAJRUBA


Parametr a ning turli qiymatlarida natijalarni jadvalda ifodalaymiz.

a (parametr)	x (matematika)	y (fizika)
-40	40	80
-20	50	70
0	60	60
20	70	50
40	80	40

Xulosa: a ortgan sari matematika kitoblari soni ortadi, fizika kitoblari soni kamayadi.

5. XULOSA CHIQARISH VA TAQDIMOT

O'quvchilar natijalarni izohlab, xulosa chiqaradilar va taqdimot qiladilar.




Natijalar tahlili

- Jami kitoblar soni doim 120 ta.
- $a > 0$ bo'lsa, matematika kitoblari ko'p bo'ladi.
- $a < 0$ bo'lsa, fizika kitoblari ko'p bo'ladi.


GEOMETRIK MA'NO (TO'G'RI CHIZIQLAR)

Sistemadagi ikki tenglama tekislikda ikkita to'g'ri chiziqni ifodalaydi:

$a \neq 0$ bo'lsa – to'g'ri chiziqlar kesiladi (yagona yechim)




$a = 0$ bo'lsa – to'g'ri chiziqlar ustma-ust tushadi – cheksiz ko'p yechim



Sistemada bunday holat bo'lmaydi, chunki parallel bo'lish imkoniyati ikkita chiziqning burchak koeffitsiyenti bir xil.

KEYS-STADI METODI JARAYONINING Sxemasi



1. Keys bilan tanishish
2. Muammoni tahlil qilish
3. Matematik model tuzish
4. Sistemani yechish
5. Natijalarni tahlil qilish
6. Xulosa va taqdimot

METODNING AFZALLIKLARI

- 🧠 O'quvchilarni faol ishtirokini ta'minlaydi
- 🔗 Nazariya bilan amaliyotni bog'laydi
- 📊 Tahlil qilish va xulosa chiqarish ko'nikmalarini rivojlantiradi
- 👥 Mustaqil va ijodiy fikrlashni shakllantiradi
- 🎯 Hayotga tayyorlash va kasbiy yo'naltirishga yordam beradi

XULOSA

Keys-stadi metodi parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini o'qitishda o'quvchilarni mustaqil fikrlashga, tahlil qilishga va real hayotiy muammolarga matematik yondashishga yo'naltiradi. Bu esa ta'lim samaradorligini oshiradi va ularning matematik kompetensiyalarini rivojlantiradi.

2-rasm. Parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini Keys-stadi metodi asosida o'qitish jarayoni.

O'quvchilar real hayotiy vaziyatni matematik modelga aylantirib, parametrning turli qiymatlarida sistemaning yechimlarini tahlil qilmoqdalar.

Xulosa: Parametrli chiziqli tenglamalar sistemasini o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalar va interfaol metodlardan foydalanish o'quvchilarning matematik tafakkuri, mantiqiy fikrlashi hamda tadqiqotchilik kompetensiyalarini rivojlantiradi. Parametrning turli

43

qiymatlarida sistemaning yechimga ega bo'lishi yoki bo'lmasligini tahlil qilish o'quvchilarda matematik qonuniyatlarni chuqurroq anglash imkonini yaratadi. STEAM yondashuvi va raqamli texnologiyalar esa ta'limning amaliy ahamiyatini oshirib, o'quvchilarning fanlarga qiziqishini kuchaytiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. A.U.Abdusamadov va boshqalar. Algebra matematik analiz asoslari. Akademik litseylar uchun darslik. Toshkent–2008
2. Matematika o'qitish metodikasi. Abdullayeva B.S., Djurayeva D.Sh., Djurakulova A.X. TERMIZ–2020
3. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics. International Journal of Scientific and Technology Research. 9:4 (2020), pp. 3068-3071.
- 4.A.Sh. Rashidov Ijtimoiy-gumanitar ta'lim yo'nalishi talabalari uchun matematik fanlar bo'yicha amaliy mashg'ulotlarni o'tkazish. Science and Education №9. С 283-291
- 5.O.O.Халлоқова. А.Рашидов Пороговое собственное значение модели Фридрихса. Молодой ученый, 2015 №15. С. 1-3
- 6.A. Sh. Rashidov Interaktivnyye metody pri izuchenii temy "Opredelenny integral i yego prilozheniya". Nauchnyye issledovaniya. № 34:3. С 21-24
- 7.A. Sh. Rashidov Yoshlar intellektual kamolotida ijodiy tafakkur va kreativlikning o'rni. Pedagogik mahorat 2021 yil №7. 114-116 bet.
- 8.A.Sh. Rashidov. Matematika fanlaridan talaba yoshlar ijodiy tafakkurini rivojlantirish. Fan va jamiyat №3. С 45-46
- 9.A.Sh. Rashidov замонавий таълим ва инновацион технологиялар соҳасидаги илғор тажрибалар. Центр научных публикаций. 2021 yil. 3-son. 68-72 bet 8-14
10. A.Sh.Rashidov. M.F.Faxridinova. O'quvchilarning bilimni baholashda xalqaro baholash dasturlari. "Fizika, matematika va informatsion texnologiyalarning innovatsion rivojlanishdagi o'rni" mavzusidagi Respublika ilmiy-nazariy anjuman. Buxoro. 222-227 bet.
11. A. Sh. Rashidov Matematika darslarida ta'limning shaxsga yo'naltirilgan texnologiyasi. Центр научных публикаций. 2021 yil. 3-son. 68-72 bet