

ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ

Фатхиддинов А.У.

Доктор философии (PhD) по техническим наукам, доцент кафедры «Тех.маш.»
Алмалыкского филиала ТашГТУ им. И. Каримова

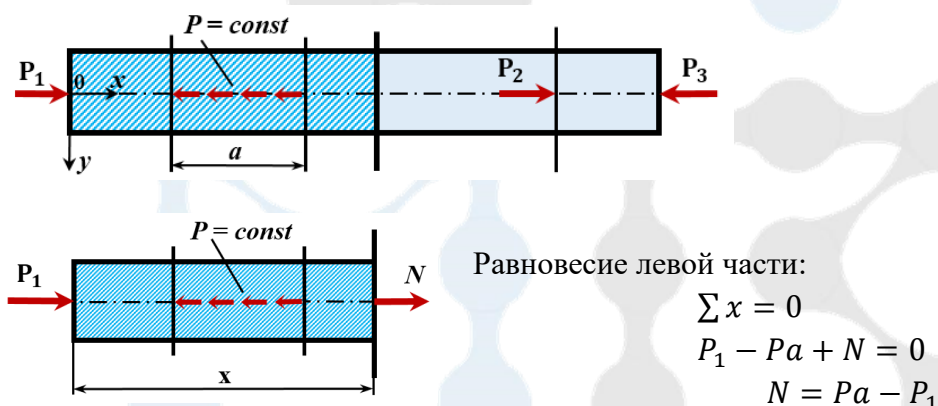
Хасанов Б.Б.

ст. преп. кафедры «Тех.маш.» Алмалыкского филиала ТГТУ им. И. Каримова

Аширов А.А.

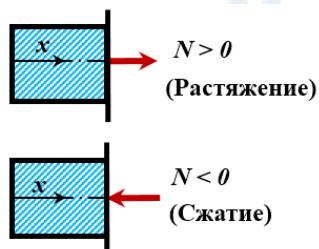
Ассистенты кафедры «Тех.маш.» Алмалыкского филиала ТГТУ им. И. Каримова

Центральное растяжение или сжатие бруса имеет место в том случае, когда все приложенные к брусу нагрузки или их равнодействующие направлены вдоль его оси (осевые нагрузки). При этом в поперечных сечениях бруса действуют только нормальные напряжения, которые можно привести к одному внутреннему усилию - продольной силе N . При известных нагрузках и опорных реакциях продольная сила в поперечных сечениях бруса может быть определена статически с помощью метода сечений (рис.1.1).



(Рис.1.1). Определение продольной силы

Таким образом, продольная сила в любом сечении бруса определяется как сумма проекций всех нагрузок, приложенных к одной из частей бруса, на его ось. Растягивающую продольную силу будем считать положительной, в сжимающую - отрицательной (рис.1.2).



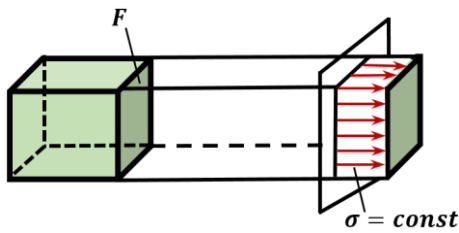
Продольная сила в общем случае переменна по длине бруса. Между продольной силой и распределенной осевой нагрузкой существует следующее дифференциальное соотношение:

$$\frac{dN}{dx} = -P(x)$$

(Рис.1.2). Знак продольной силы

Это соотношение позволяет установить характер изменения продольной силы в зависимости от вида распределенной осевой нагрузки.

Нормальные напряжения в брусе при центральном растяжении и сжатии принимаются постоянными по поперечному сечению. Они определяются по формуле

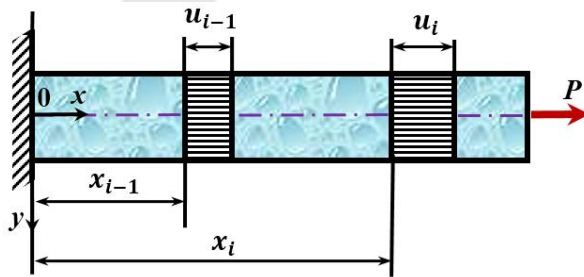


$$\sigma = \frac{N}{F}$$

где F - площадь поперечного сечения бруса (рис.1.3).

(Рис.1.3). Нормальные напряжения

Деформация бруса при центральном растяжении и сжатии характеризуется осевыми перемещениями поперечных сечений (рис.1.4), которые связаны между собой следующей формулой:



$$u_i = u_{i-1} + \Delta \ell_i \quad (1.3)$$

где $\Delta \ell_i$ - абсолютное удлинение или укорочение участка бруса между сечениями x_i и x_{i-1} .

(Рис.1.4). Осевые перемещения

Относительные линейные деформации продольных волокон бруса связаны с осевыми перемещениями формулой Коши:

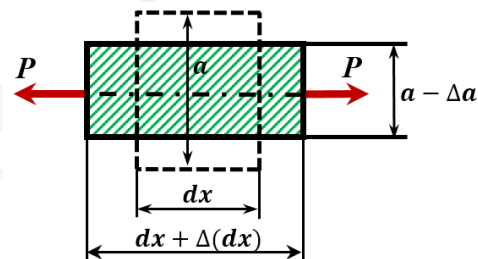
$$\varepsilon_x = \varepsilon = \frac{du}{dx} \quad (1.4)$$

Размеры поперечных сечений бруса при растяжении уменьшаются, а при сжатии - увеличиваются (рис.1.5). Это явление называется поперечной деформацией и характеризуется коэффициентом Пуассона:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \quad (1.5)$$

где ε' и ε - относительные линейные поперечные и продольные деформации;

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta(dx)}{dx} \quad (1.6)$$



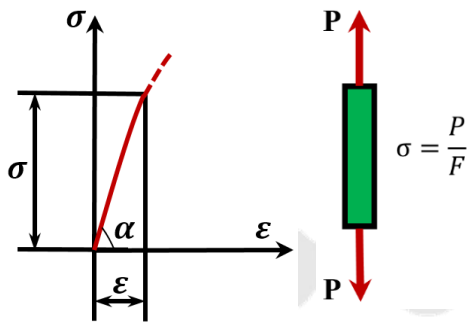
(Рис.1.5). Поперечная деформация

деформация

Деформации ε' и ε всегда имеют разные знаки. Коэффициент Пуассона определяется экспериментально и для различных материалов лежит в пределах

$$0 \leq \mu \leq 0,5$$

Для линейно - упругих материалов зависимость между σ и ϵ характеризуется законом Гука при растяжении - сжатии (рис.1.6):



$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (1.7)$$

где $E = \operatorname{tg} \alpha$ - модуль упругости при растяжении - сжатии, определяемый экспериментально для каждого материала. Например, для стали он равен $E = (2 \div 2,1) \cdot 10^5$ МПа.

(Рис.1.6). Диаграмма растяжения - сжатия

Абсолютное удлинение или укорочение участка бруса длиной ℓ в общем случае определяется по формуле

$$\Delta \ell = \int_{\ell} \frac{N}{EF} dx \quad (1.8)$$

где EF - жесткость бруса при растяжении – сжатие. При постоянных по длине бруса жесткости и продольной силе абсолютное удлинение или укорочение определяется по более простой формуле

$$\text{При } \begin{matrix} EF = \text{const}, \\ N = \text{const} \end{matrix} \quad \Delta \ell = \frac{N\ell}{EF} \quad (1.9)$$

Если продольная сила или жесткость переменны по длине бруса то при вычислении $\Delta \ell$ удобно использовать геометрический смысл определенного интеграла (1.8). Например, при $E = \text{const}$ формулу (1.8) можно представить в следующем виде:

$$\Delta \ell = \frac{1}{E} \int_{\ell} \frac{N}{F} dx = \frac{1}{E} \int_{\ell} \sigma dx = \frac{1}{E} \Omega_{\sigma}, \quad (1.10)$$

где Ω_{σ} - площадь эпюры σ на данном участке, взятая с учетом знака напряжений.

При постоянной по длине жесткости бруса EF центральное растяжение и сжатие описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$EFu''(x) = -p(x) \quad (1.11)$$

Дифференциальное уравнение (1.11) и соотношение (1.1) позволяют установить характер изменения продольной силы и осевых перемещений по длине бруса в зависимости от вида осевой распределенной нагрузки $p(x)$. Например, для двух наиболее распространенных случаев имеем:

1. На участках, где $p = 0$, $N = \text{const}$, $U(x)$ - линейный закон.
2. На участках, где $p = \text{const}$, N - линейный закон, $U(x)$ - квадратная парабола.

Потенциальная энергия деформации бруса длиной ℓ при центральном растяжении и сжатии в общем случае определяется по формуле

$$U = \int_{\ell} \frac{N^2}{2EF} dx \quad (1.12)$$

Брус, работающий на растяжение или сжатие, обычно называется стержнем. Расчетные формулы имеют следующий вид.

Условие прочности

$$\sigma = \frac{N_{\text{расч}}}{F} \leq R \quad (1.13)$$

Формула подбора сечения

$$F \geq F_{\text{треб}} = \frac{N_{\text{расч}}}{R} \quad (1.14)$$

Формула определения грузоподъемности

$$N_{\text{расч}} \leq N_{\text{пред}} = RF \quad (1.15)$$

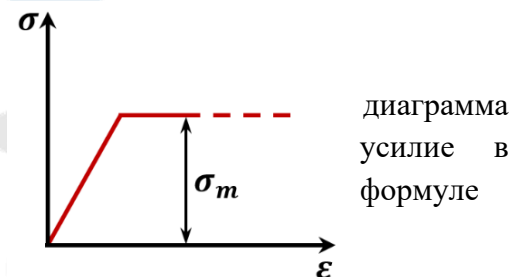
Здесь $N_{\text{расч}}$ – продольная сила в стержне, вычисленная от действия расчетных нагрузок;

$N_{\text{пред}}$ – предельная по условию прочности продольная сила;

R – расчетное сопротивление материала стержня на растяжение или сжатие.

При определении разрушающей нагрузки для конструкций из материалов с пластическими свойствами используется схематизированная Прандтля (рис.1.7). В этом случае разрушающее усилие в стержне при растяжении-сжатии определяется по

$$N_{\text{разр}} = \sigma_m \cdot F \quad (1.16)$$



(Рис.1.7). Диаграмма

Прандтля

Где σ_m - предел текучести материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белявский С.М. (1967) Руководство к решению задач по сопротивлению материалов
2. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. (1986) Сопротивление материалов
3. Вольмир А.С. (1984) Сборник задач по сопротивлению материалов
4. Erkin Nematov, Mukhiddin Khudjaev, Botir Khasanov. Development of a mathematical model of dynamic characteristics of a drive with a planetary mechanism. E3S Web of Conferences 258, 08022 (2021). <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125808022>
5. Mukhiddin Khudjaev, Erkin Nematov, Anorgul Karimova, Doston Khurramov, Botir Khasanov. Modeling the process of force load generation at the initial periodic change in pressure (a plane problem). E3S Web of Conferences 258, 08020 (2021). <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125808020>.